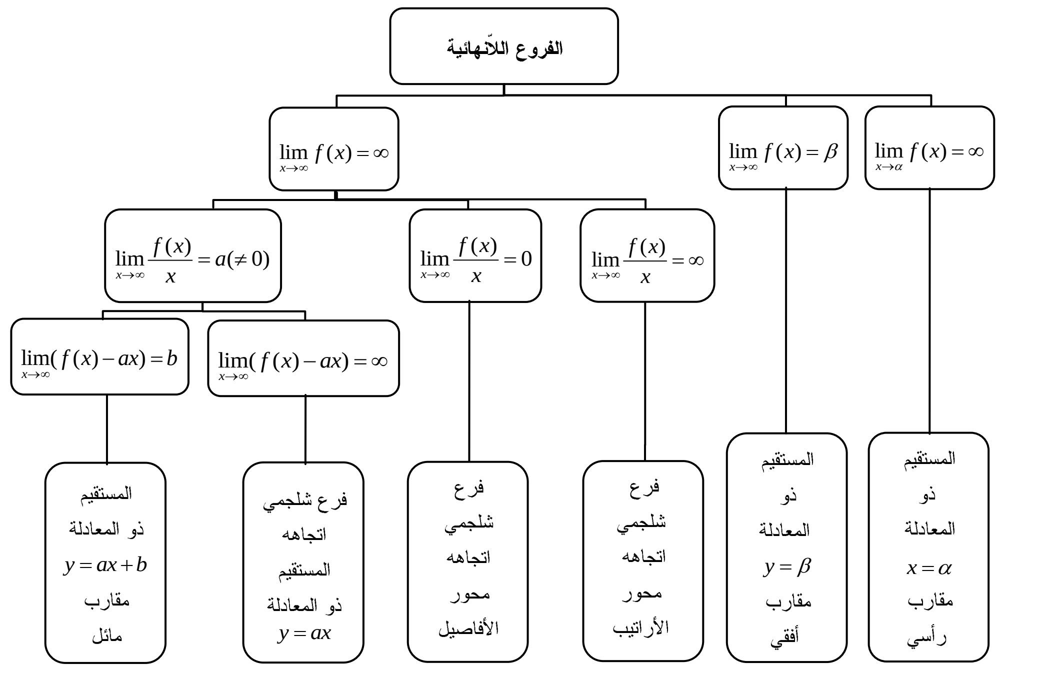
دراسة دالة عددية

2 باك علوم فيزيائية و علوم الحياة و الأرض
ذ: توفيق بنعمرو

f زوجية	$(\forall x\in D_f):(-x\in D_f$ و $f(-x)=f(x))$	(C_f) متماثل بالنّسبة لمحور الأراتيب	يكفي دراسة f على $D_f\cap\mathbb{R}^+$.
f فردية	$(\forall x\in D_f):(-x\in D_f$ و $f(-x)=-f(x))$	(C_f) متماثل بالنّسبة لأصل المعلم	يكفي دراسة f على $D_f\cap\mathbb{R}^+$.

(C_f) له محور تماثل: $(\Delta):x=\alpha$	$(\forall x\in D_f):\ ((2\alpha-x)\in D_f$ و $f(2\alpha-x)=f(x))$	يكفي دراسة f على $D_f\cap[\alpha,+\infty[$.
(C_f) له مركز تماثل: $\Omega(a,b)$	$(\forall x\in D_f):\ ((2a-x)\in D_f$ و $f(2a-x)=2b-f(x))$	يكفي دراسة f على $D_f\cap[a,+\infty[$.
f دورية: دورها T $(T>0)$	$(\forall x\in D_f):\ ((x+T)\in D_f$ و $(x-T)\in D_f$ و $f(x+T)=f(x))$	يكفي دراسة f على مجال سِعَتُه T .



(المستقيم ذو المعادلة $y=ax+b$ مقارب مائل ل (C_f) بجوار ∞) $\Leftrightarrow$ ($\lim_{x\to\infty}(f(x)-(ax+b))=0$).

$$\forall a\in\mathbb{R}:(a\times f)'(x)=a\times f'(x)$$
$$(f+g)'(x)=f'(x)+g'(x)$$
$$(f\times g)'(x)=f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x)$$
$$(\frac{1}{f})'(x)=-\frac{f'(x)}{(f(x))^2}$$
$$(\frac{f}{g})'(x)=\frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{(g(x))^2}$$

$$(\sqrt{x})'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$$
$$(\sqrt[n]{x})'=\frac{1}{n}\cdot\frac{1}{\sqrt[n]{(x)^{n-1}}}$$
$$(\sqrt{f(x)})'=\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$$
$$(\sqrt[n]{f(x)})'=\frac{1}{n}\times\frac{f'(x)}{\sqrt[n]{(f(x))^{n-1}}}$$
$$r\in\mathbb{Q}^*:((f(x))^r)'=r\cdot f'(x)\times(f(x))^{r-1}$$
$$(g\circ f)'(x)=f'(x)\times g'(f(x))$$
$$(f^{-1})'(x)=\frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

f قابلة للاشتقاق في a **معادلة المماسّ** في $A(a\,,\,f(a))$ هي: $y=f'(a)\cdot(x-a)+f(a)$
f قابلة للاشتقاق في a^+ **نصف المماس على اليمين** في $A(a\,,\,f(a))$ هي: $y=f_d'(a)\cdot(x-a)+f(a)$ و $x\geq a$
f قابلة للاشتقاق في a^- **نصف المماس على اليسار** في $A(a\,,\,f(a))$ هي: $y=f_g'(a)\cdot(x-a)+f(a)$ و $x\leq a$
إذا كانت f قابلة للاشتقاق في a فإنّ f متّصلة في a و العكس ليس دائماً صحيح.
إذا كانت f قابلة للاشتقاق في a فإنّ: $\varphi(x)=f'(a)\cdot(x-a)+f(a)$ هي **الدالة التّآلفية المماسّة** للدالة f عند a
كلّ دالة متّصلة على مجال I تقبل دالة أصلية على I .

<u>**نصف مماس موازٍ لمحور الأراتيب**</u>
$\lim_{x\to a+}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=+\infty$ نحو الأعلى في a^+
$\lim_{x\to a+}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=-\infty$ نحو الأسفل في a^+
$\lim_{x\to a-}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=+\infty$ نحو الأسفل في a^-
$\lim_{x\to a-}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=-\infty$ نحو الأعلى في a^-

$$r\in\mathbb{Q}^*:(x^r)'=r\times(x)^{r-1}\qquad (\frac{1}{x})'=-\frac{1}{x^2}$$

$$\sin'(x)=\cos(x)\qquad \cos'(x)=-\sin(x)\qquad \tan'(x)=1+\tan^2(x)$$

$$(\sin(u(x)))'=u'(x)\times\cos(u(x))$$
$$(\cos(u(x)))'=-u'(x)\times\sin(u(x))$$
$$(\tan(u(x)))'=u'(x)\times(1+\tan^2(u(x)))$$

(F دالة أصلية ل f على مجال I)
تـكـافـؤ
$(\forall x\in I:F'(x)=f(x))$

x		a	
$f'(x)$	$-$	0	$+$
f تقبل قيمة دنيا في a ، المماس أفقي			

x		a	
$f'(x)$	$+$	0	$-$
f تقبل قيمة قصوى في a ، المماس أفقي			

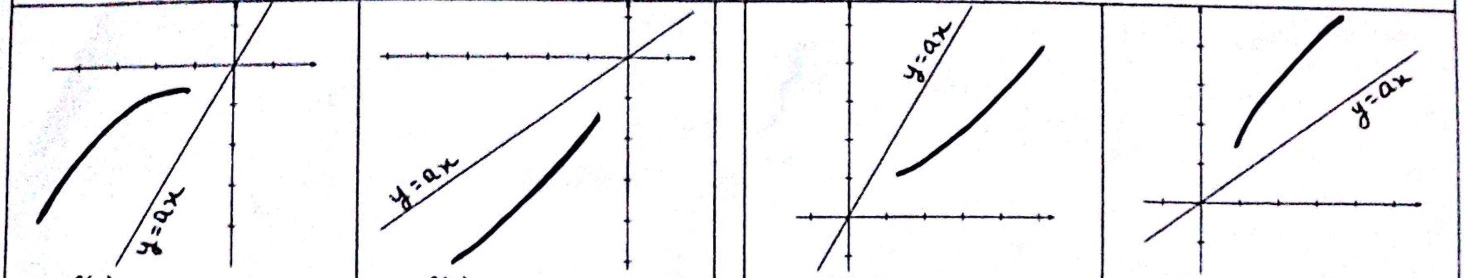
x		a	
$f''(x)$	$+$	0	$-$
(C_f)	تحدّب		تقعّر
$M(a,f(a))$ نقطة انعطاف ل (C_f)			

x		a	
$f''(x)$	$-$	0	$+$
(C_f)	تقعّر		تحدّب
$M(a,f(a))$ نقطة انعطاف ل (C_f)			

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$
$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

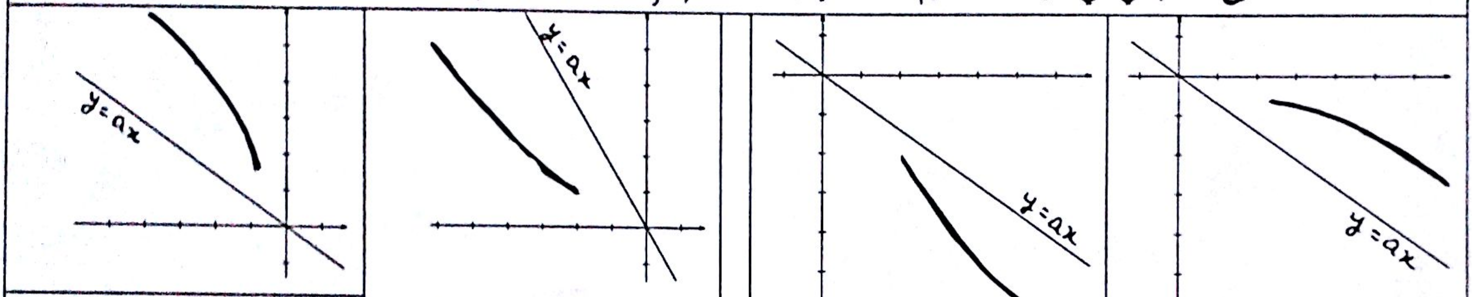
بالتوفيق

الفرع الشلجمي في اتجاه المستقيم $y=ax$ و $a>0$ (C_f يقبل المستقيم $y=ax$ كاتجاه مقارب)



$\lim\limits_{-\infty}\frac{f(x)}{x}=a$ $\lim\limits_{-\infty}f(x)=-\infty$ $\lim\limits_{-\infty}f(x)-ax=+\infty$	$\lim\limits_{-\infty}\frac{f(x)}{x}=a$ $\lim\limits_{-\infty}f(x)=-\infty$ $\lim\limits_{-\infty}f(x)-ax=-\infty$	$\lim\limits_{+\infty}\frac{f(x)}{x}=a$ $\lim\limits_{+\infty}f(x)=+\infty$ $\lim\limits_{+\infty}f(x)-ax=-\infty$	$\lim\limits_{+\infty}\frac{f(x)}{x}=a$ $\lim\limits_{+\infty}f(x)=+\infty$ $\lim\limits_{+\infty}f(x)-ax=+\infty$

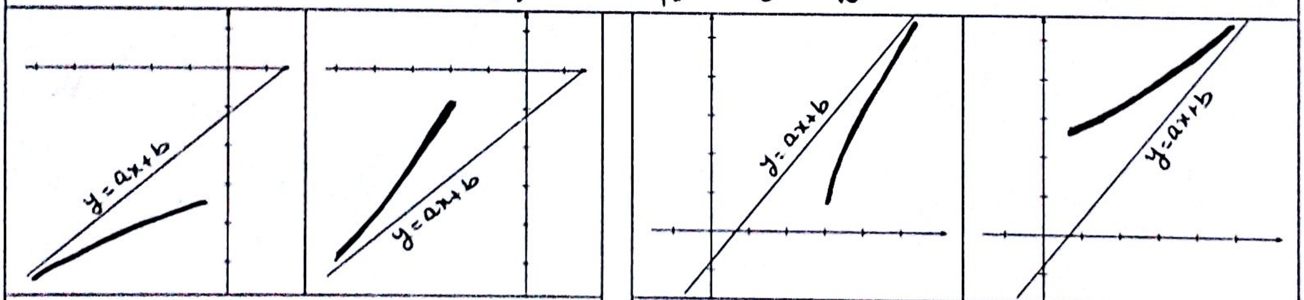
الفرع الشلجمي في اتجاه المستقيم $y=ax$ و $a<0$ (C_f يقبل المستقيم $y=ax$ كاتجاه مقارب)



$\lim\limits_{-\infty}\frac{f(x)}{x}=a$ $\lim\limits_{-\infty}f(x)=+\infty$ $\lim\limits_{-\infty}f(x)-ax=+\infty$	$\lim\limits_{-\infty}\frac{f(x)}{x}=a$ $\lim\limits_{-\infty}f(x)=+\infty$ $\lim\limits_{-\infty}f(x)-ax=-\infty$	$\lim\limits_{+\infty}\frac{f(x)}{x}=a$ $\lim\limits_{+\infty}f(x)=-\infty$ $\lim\limits_{+\infty}f(x)-ax=-\infty$	$\lim\limits_{+\infty}\frac{f(x)}{x}=a$ $\lim\limits_{+\infty}f(x)=-\infty$ $\lim\limits_{+\infty}f(x)-ax=+\infty$

المقارب المائل المستقيم $y=ax+b$ و $a>0$

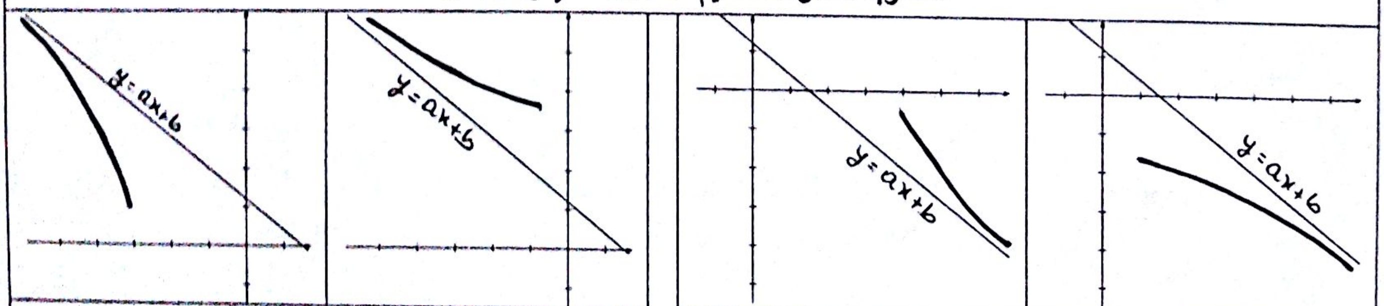
بالتوفيق



بالتوفيق

$\lim\limits_{-\infty}f(x)-ax=b$ $\lim\limits_{-\infty}\frac{f(x)}{x}=a$ $\lim\limits_{-\infty}f(x)=-\infty$	$\lim\limits_{+\infty}f(x)-ax=b$ $\lim\limits_{+\infty}\frac{f(x)}{x}=a$ $\lim\limits_{+\infty}f(x)=+\infty$

المقارب المائل المستقيم $y=ax+b$ و $a<0$

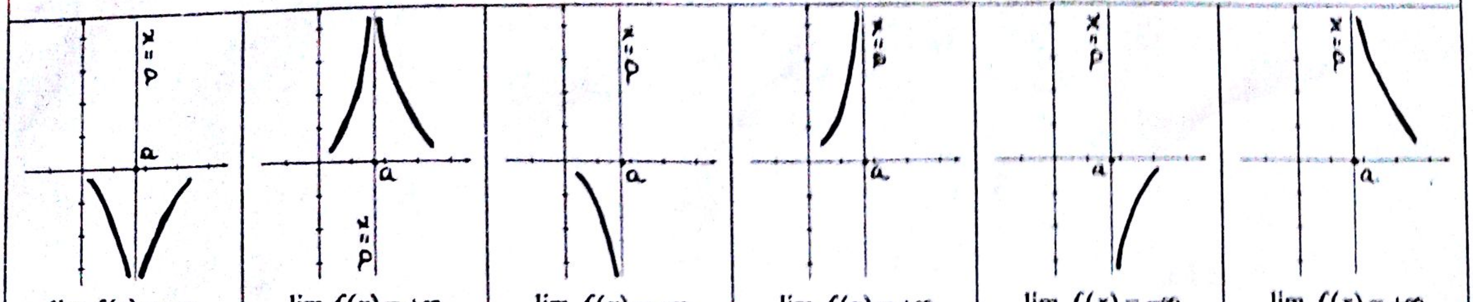


$\lim\limits_{-\infty}f(x)-ax=b$ $\lim\limits_{-\infty}\frac{f(x)}{x}=a$ $\lim\limits_{-\infty}f(x)=+\infty$	$\lim\limits_{+\infty}f(x)-ax=b$ $\lim\limits_{+\infty}\frac{f(x)}{x}=a$ $\lim\limits_{+\infty}f(x)=-\infty$

$y=ax+b$ مقارب مائل ل C_f جوار $+\infty$ $\Leftrightarrow$ $\lim\limits_{+\infty}[f(x)-(ax+b)]=0$

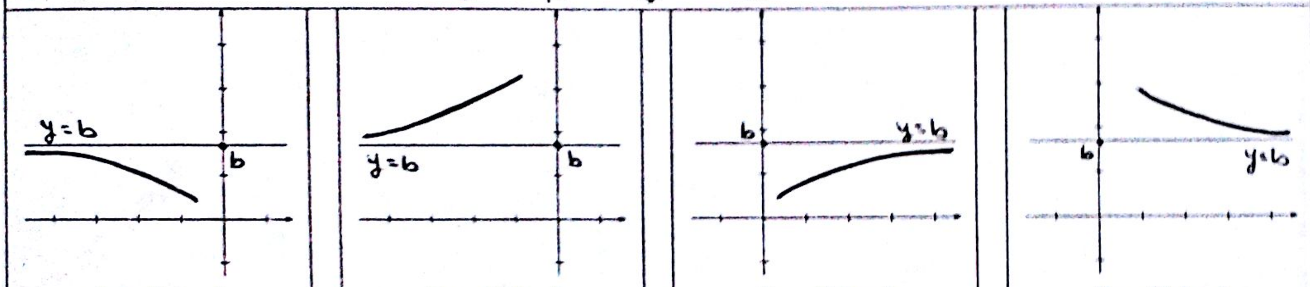
$y=ax+b$ مقارب مائل ل C_f جوار $-\infty$ $\Leftrightarrow$ $\lim\limits_{-\infty}[f(x)-(ax+b)]=0$

المقــــارب الرأســــي المستقيم $x = a$



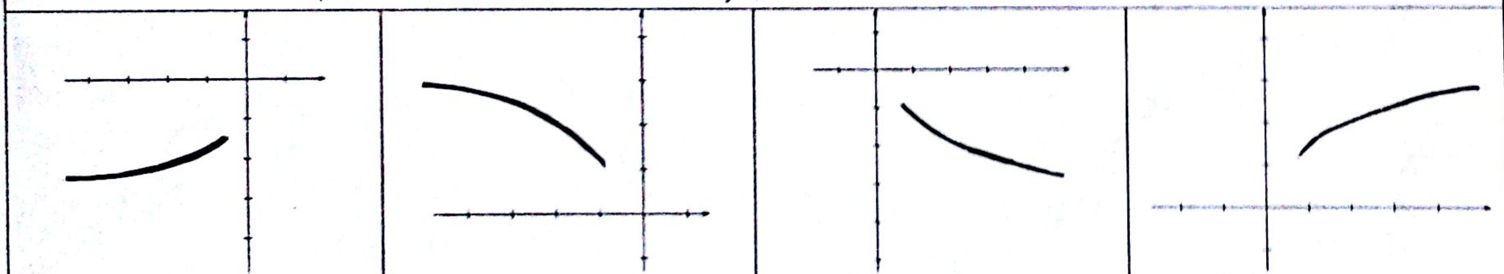
$\lim\limits_{x\to a} f(x) = -\infty$	$\lim\limits_{x\to a} f(x) = +\infty$	$\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = -\infty$	$\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = +\infty$	$\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = -\infty$	$\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = +\infty$

المقــــارب الأفــقي المستقيم $y = b$



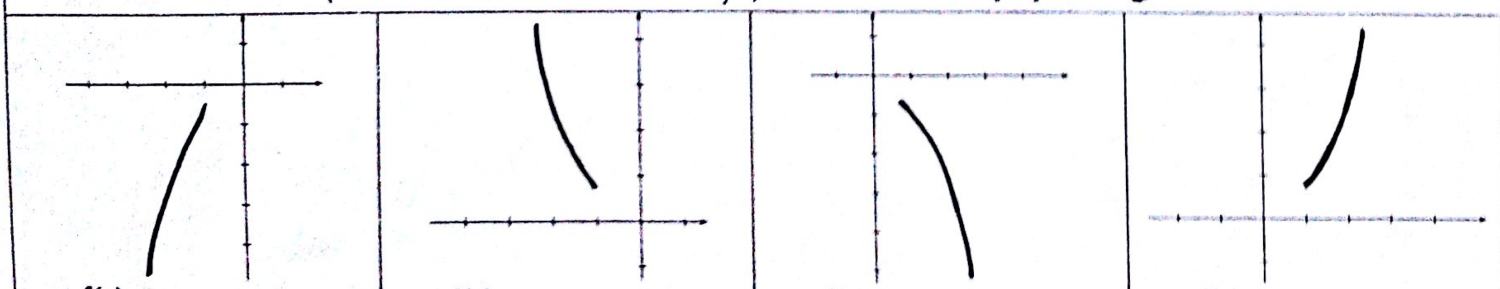
$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = b$	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = b$	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = b$	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = b$

الفرع الشلجمي في اتجاه محور الفواصل (C_f يقبل محور الفواصل كاتجاه مقارب)



$\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$	$\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

الفرع الشلجمي في اتجاه محور الأراتيب (C_f يقبل محور الأراتيب كاتجاه مقارب)



$\lim\limits_{-\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ $\lim\limits_{-\infty} f(x) = -\infty$	$\lim\limits_{-\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ $\lim\limits_{-\infty} f(x) = +\infty$	$\lim\limits_{+\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ $\lim\limits_{+\infty} f(x) = -\infty$	$\lim\limits_{+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ $\lim\limits_{+\infty} f(x) = +\infty$

بالتوفيق